

《初等数论》教学大纲

一、课程基本信息

课程名称（中文）	初等数论		课程名称（英文）	Elementary Number Theory	
课程代码	08120098		课程性质	选修（限选）	
课程类别	专业教育课程		考核形式	考查	
总学分（学时/周）	2（2学时/周）	理论学分（学时）	2/32	实践或实验学分（学时/周）	0
先修课程	高等数学、小学数学思想方法		后续课程		
适应范围	小学教育专业		面向专业	小学教育	
开课学期	7		开课学院	教师教育学院	
基层教学组织	小学卓越数学教师培养教学团队		课程负责人	李希文	
课程网址					
制定人	李希文		审定人	谢飞祥	

二、课程教学目标及其对毕业要求的支撑

本课程为小学教育专业的专业方向模块课程，主要支撑小教人才培养目标中的“拥有宽厚的知识基础”、“终身学习和自我发展能力”以及“精通一门、兼任多门小学学科教学”三方面内容。教学总目标是使学生掌握与小学数学教学密切相关的整除、不定方程、同余等初等数论的基础理论、数学思想与方法，形成一定的数学推理能力、解题能力和研究能力，加深对学科领域的认识与理解，培养卓越数学教师所应具备的综合素养，为适应将来的专业发展需要打好基础。

课程具体目标如下：。

课程目标 1：理解并掌握初等数论的基础知识和基本技能，并能够进行与小学数学内容联系密切的关于整除、不定方程、余数的简单证明和应用。

课程目标 2：培养逻辑推理、合情推理、综合分析、解决问题、实践反思等数学能力，学会运用数论的思想方法解决小学数学教学遇到的有关问题。

课程目标 3：具备较强的实践反思能力、终身学习能力和自我发展能力，感知数论的独特魅力，体会数学多元化和中国古代数学家的杰出成就，增强民族自信心和自豪感，具备卓越教师所需要的数学素养。

三、课程目标与毕业要求对应关系

本课程教学对本专业毕业要求的支撑作用和涉及的指标点如表 1 所示。

表 1 本课程支撑的毕业要求和涉及的指标点

课程目标	支撑的毕业要求	涉及的指标点	贡献度
目标1	3.学科素养：德智体美劳全面发展，具有系统扎实的小学教育专业的基础知识、基本理论和基本技能，了解小学教育专业在基础教育中的重要地位以及与其他学科的关系，形成综合的知识结构和跨学科的思维方式，胜任至少两门小学学科教学工作。充分认识知识世界、社会生活与儿童经验的联系，善于将学科知识与小学生社会实践、生活实践相联系。	3.2 基础扎实。学科基础扎实，具有比较深厚的主教学科知识，了解学科体系逻辑关系；具有小学兼教学科的基本知识、基本原理和技能。	H
目标2	4.教学能力：具有独立开展小学语文、数学、科学、道德与法治等课程的教育教学实践活动的能力，在教育实践中，根据课程标准，结合小学生身心发展特点，能运用学科教学知识和信息技术，进行教学设计、实施和评价，获得教学体验。具有扎实的教师基本功和一定的教学研究能力。	4.1 胜任教学。较好掌握小学语文、数学、科学、道德与法治等课程标准，掌握基本教学流程。能够胜任至少两门小学学科教学工作（语文和数学、科学和道德与法制两个模块分别选择至少一门），了解小学音乐或美术教学的基本原理与方法，能依据小学生身心发展特征独立完成目标明确、环节清晰、方法有效的课堂教学设计并加以实施。	M

目标 3	3.学科素养：德智体美劳全面发展，具有系统扎实的小学教育专业的基础知识、基本理论和基本技能，了解小学教育专业在基础教育中的重要地位以及与其他学科的关系，形成综合的知识结构和跨学科的思维方式，胜任至少两门小学学科教学工作。充分认识知识世界、社会生活与儿童经验的联系，善于将学科知识与小学生社会实践、生活实践相联系。	3.3 融会贯通。能够进行知识整合和迁移，了解主教学科与其它学科之间的关联，形成综合的知识结构和跨学科的思维方式。认识到知识世界、社会生活与儿童经验的联系，主动将学科知识与小学生社会实践、生活实践相联系。	H
------	--	--	---

填写说明：“支撑的毕业要求”和“涉及的指标点”指培养方案中的毕业要求及其指标点，贡献度选用标志（如“H”表示“强支撑”，“M”表示“中支撑”，“L”表示“弱支撑”）表示。

四、课程目标与教学内容及资源对应关系

1.章节内容、学时分配及支撑的课程目标

表 2 教学内容、学时分配及支撑的课程目标

章节	内容	总学时	理论学时	实践学时	支撑的课程目标
第一章 整数的可除性	(1) 整除，带余除法 (2) 最大公因数与辗转相除法 (3) 整除的进一步性质及最小公倍数 (4) 质数.算术基本定理 (5) 函数 $[x], \{x\}$.及其在数论中的应用	14	14	0	目标 1、目标 2、目标 3
第二章 不定方程	(1) 二元一次不定方程 (2) 多元一次不定方程 (3) 勾股数	6	6	0	目标 1、目标 2、目标 3
第三章 同余	(1) 同余的概念及其基本性质 (2) 剩余类及完全剩余系 (3) 简化剩余系与欧拉函数 (4) 欧拉定理·费马定理及其应用	8	8	0	目标 1、目标 2、目标 3

第四章 同余式	(1) 基本概念及一次同余式 (2) 孙子定理	4	4	0	目标 1、目标 2、目标 3
---------	----------------------------	---	---	---	----------------

2.教学内容、细化教学目标与要求

第一章 整数的可除性 (14 学时)

【教学内容】

第一节 整除, 带余除法

主要知识点: 整除、余数和不完全商的概念; 整除的性质; 带余除法

第二节 最大公因数与辗转相除法

主要知识点: 最大公因数的概念; 互质的概念; 辗转相除法

第三节 整除的进一步性质及最小公倍数

主要知识点: 最小公倍数的概念; 最小公倍数与最大公因数的关系; 最小公倍数的求法

第四节 质数, 算术基本定理

主要知识点: 质数与合数、费马数、梅森数的概念; 算术基本定理; Eratosthenes 筛法

第五节 函数 $[x], \{x\}$ 及其在数论中的一个应用

主要知识点: $[x], \{x\}$ 的概念; $[x], \{x\}$ 的基本性质; $n!$ 的标准分解式。

【细化教学目标与要求】

- (1) 理解整除、最大公因数、最小公倍数、质数的概念及相关性质;
- (2) 掌握辗转相除、质因数分解、埃氏筛法、计算欧拉函数等方法;
- (3) 体会中国古代数学家对数论的贡献及所体现出的数学思想方法;

【重点难点】

重点: 整除的概念; 辗转相除法; 质因数分解 难点: 对整除性及其表示的理解

第二章 不定方程（6学时）

【教学内容】

第一节 二元一次不定方程

主要知识点：不定方程的基本概念；二元一次不定方程有解的判别方法和解的结构，二元一次不定方程的整数解

第二节 多元一次不定方程

主要知识点：多元一次不定方程解的判别方法和解的结构；掌握二元一次不定方程与多元一次不定方程解的关系；解多元一次不定方程；勾股数

第三节 勾股数

主要知识点：最小公倍数的概念；最小公倍数与最大公因数的关系；最小公倍数的求法

【细化教学目标与要求】

- (1) 掌握二元一次不定方程的求解方法和勾股数的构造方法；
- (2) 理解多元一次不定方程解的结构以及与二元一次方程的关系；
- (3) 感知前人孜孜以求的研究态度和中国数学家在研究不定方程中所取得的辉煌成果。

【重点难点】

重点：二元一次不定方程有解的判别方法和解的结构 难点：多元一次不定方程解的结构的理解

第三章 同余（8学时）

【教学内容】

第一节 同余的概念及其基本性质

主要知识点：同余的基本概念及性质；利用同余的性质证明整除特征；弃九法；

第二节 剩余类及完全剩余系

主要知识点：剩余类；完全剩余系；最小非负完全剩余系；绝对最小完全剩余系；剩余类与完全剩余系的性质。

第三节 简化剩余系与欧拉函数

主要知识点：简化剩余系；欧拉函数；简化剩余系的性质；欧拉函数的求法

第四节 欧拉定理·费马定理及其在循环小数的应用

主要知识点：循环小数概念及性质；欧拉定理·费马定理；欧拉定理的应用

【细化教学目标与要求】

- (1) 理解同余、剩余类、剩余系循环小数的概念及相关性质；
- (2) 掌握简化剩余系、欧拉函数、循环小数判定等的相关计算；
- (3) 体会经典定理中所体现的数学思想方法及前人的智慧，感受其中所蕴含的数学美。

【重点难点】

重点：同余的基本概念及性质；剩余类与剩余系的相关概念；欧拉函数；欧拉定理 难点：对同余概念的理解

第四章 同余式（4学时）

【教学内容】

第一节 基本概念及一次同余式

主要知识点：同余式、同余式解的概念；一次同余式解的判别方法；一次同余式的一般解法。

第二节 孙子定理

主要知识点：孙子定理的原理和运用孙子定理理解一次同余方程组。

【细化教学目标与要求】

- (1) 理解同余式、一次同余式解、一次同余方程组解的概念；
- (2) 掌握一次同余式的一般解法；
- (3) 会用孙子定理理解一次同余方程组；
- (4) 理解数论的实际应用价值，增进学习兴趣和学习动力。

【重点难点】

重点：一次同余式解的判别及求解方法；孙子定理； 难点：对同余式、一次同余式解、一次同余方程组解的概念的理解

3.教学资源

表3 本课程的基本教学资源

资源类型	资源
教材	闵嗣鹤, 严士健. 初等数论(第四版)[M].北京: 高等教育出版社, 2020.5
主要参考书	1. 潘承洞, 潘承彪. 初等数论 [M].北京: 北京大学出版社, 1992. 2. 柯召. 数论讲义上册[M].北京: 高等教育出版社, 1986. 3. 叶景梅. 数论简明教程[M].银川: 宁夏人民出版社, 1998. 4. 单墀. 华数奥赛教材[M].北京: 知识出版社, 2015. 5. 人民教育出版社小学数学室. 小学数学教材教法第十册[M].北京: 人民教育出版社, 2015.
主要网络资源	https://www.bilibili.com/video/BV1HE411W7Ba?from=search&seid=15991896114510424880

五、课程目标与教学方法及实施对应关系

1. 本课程采用的教学方法与手段

(1) 讲授法。系统梳理知识体系, 重点讲解知识点与典型例习题, 在知识讲授过程中, 注重知识的合理分解、详略处理、解题方法、知识的内在联系及规律性。同时, 注重现代教育技术的运用与信息化教学设计, 增进直观性和趣味性, 使教学更具有效性。

(2) 比较法。在知识讲解、作业总结、测验等环节, 对易混、易错、易忽视的知识点加以比较, 分析差异性, 培养学生分析和解决问题的严谨态度, 重视解题方法的多样性, 培养学生思维的发散性与灵活性。

(3) 指导自学法。密切联系生产与生活实际, 通过布置思考题、讨论题、项目研究等方式, 激发学生产生学为所用的创新意识, 培养学生逐渐形成用数据分析的方法解决问题的良好习惯。

(4) 混合教学。利用线上精品学习资源和线下质疑答疑，解决学生的学习疑难，拓宽学生的学习视野，注重对学习困难学生的辅导和学有余力学生的引导，均衡提升学生的学习水平。

2. 课程目标与教学方法手段的对应关系

表 4 课程目标与教学方法手段对应表

课程目标	教学方法与手段
目标 1: 理解并掌握初等数论的基础知识和基本技能，并能够进行与小学数学内容联系密切的关于整除、不定方程、同余的简单证明和应用。	课前: 指导线上预习，梳理学习要点与自学中的疑难点，明确学习目标。 课内: 知识点讲解，运用信息化教学资源辅助理解，通过实例分析、课堂练习、测验等形式，达成课程目标 课后: 合理布置课后学习任务、作业及课后反思，指导学生进行学习总结
目标 2: 培养逻辑推理、合情推理、综合分析、解决问题、实践反思等数学能力，学会运用数论的思想方法解决小学数学教学遇到的有关问题。	课内: 线上学习与线下教学有机结合，梳理知识要点，总结学习方法，引导学生将学科知识与专业实际进行有效关联，初步培养学生知识整合和迁移能力。 课后: 指导学生复习与拓展知识，启发学生开展研究，分析与解决实际问题。
目标 3: 具备较强的实践反思能力、终身学习能力和自我发展能力，感知数论的独特魅力，体会数学多元化和中国古代数学家的杰出成就，增强民族自信心和自豪感，具备卓越教师所需要的数学素养。	课内: 比较古今、中外数论成就，比较中小学数学中与课程相关的知识点，总结数学思想方法。 课后: 指导小组学习，布置综合学习任务，启发学生研究小学数学中的数论知识，形成教材分析能力和高观点知识认知。

表 5 本课程教学目标的达成途径与主要判据

课程教学目标	达成途径与主要判据
目标 1: 理解并掌握初等数论的基础知识和基本技能，并能够进行与小学数学内容联系密切的关于整除、不定方程、余数的简单证明和应用。	主要达成途径：课前自学、课内讲授和在线学习、课后作业等环节；主要判据为学习表现、作业、测验及期末考试成绩。

目标 2: 培养逻辑推理、合情推理、综合分析、解决问题、实践反思等数学能力, 学会运用数论的思想方法解决小学数学教学遇到的有关问题。	主要达成途径: 课内实例分析与练习、测验、学习总结及作业等环节; 主要判据为学习表现、作业质量及期末考试成绩。
目标 3: 具备较强的实践反思能力、终身学习能力和自我发展能力, 感知数论的独特魅力, 体会数学多元化和中国古代数学家的杰出成就, 增强民族自信心和自豪感, 具备卓越教师所需要的数学素养。	主要达成途径: 课内案例分析、线上专题讨论、开放型试题等环节; 主要判据为课程作业情况及期末考试成绩。

六、课程目标与考核依据及评价标准对应关系

1. 课程总体考核

(1) 本课程在第 7 学期开课, 考核方式为考查。

(2) 课程考核成绩分平时考核和期末考核两部分, 其中平时考核成绩占总成绩的 40% (包括学习表现、作业、测验三个分项), 期末考核成绩占总成绩的 60% (闭卷考试)。

2. 课程考核与成绩评定细则

表 6 本课程考核和成绩评定方法及与课程教学目标关联

考核项目	考核内容	与考核关联的课程教学目标	考核依据与方法	占课程总成绩的比重
过程性考核	学习表现	目标 1: 理解并掌握初等数论的基础知识和基本技能, 并能够进行与小学数学内容联系密切的关于整除、不定方程、余数的简单证明和应用。 目标 2: 培养逻辑推理、合情推理、综合分析、解决问题、实践反思等数学能力, 学会运用数论的思想方法解决小学数学教学遇到的有关问题。 目标 3: 具备较强的实践反思能力、终身学习能力和自我发展能力, 感知数论的独特魅力, 体会数学多元化和中国古代数学家的杰出成就, 增强民族自信心和自豪感, 具备卓越教师所需要的数学素养。	任课老师、学委与课代表、信息化学习平台活动相结合, 在出勤、学习态度、师生交流、智力因素与非智力因素体现等方面根据学校有关考核规定进行评定。	15%

	作业	<p>目标 1: 理解并掌握初等数论的基础知识和基本技能, 并能够进行与小学数学内容联系密切的关于整除、不定方程、余数的简单证明和应用。</p> <p>目标 2: 培养逻辑推理、合情推理、综合分析、解决问题、实践反思等数学能力, 学会运用数论的思想方法解决小学数学教学遇到的有关问题。</p>	任课老师布置课后作业, 根据知识掌握的准确、方法运用的恰当、解题步骤的规范程度进行评定。	15%
	测验	<p>目标 1: 理解并掌握初等数论的基础知识和基本技能, 并能够进行与小学数学内容联系密切的关于整除、不定方程、余数的简单证明和应用。</p> <p>目标 2: 培养逻辑推理、合情推理、综合分析、解决问题、实践反思等数学能力, 学会运用数论的思想方法解决小学数学教学遇到的有关问题。</p>	任课老师依据阶段学习要求设计测试题, 随堂进行测试, 根据标准答案进行评定。	10%
终结性考核	考查	<p>目标 1: 理解并掌握初等数论的基础知识和基本技能, 并能够进行与小学数学内容联系密切的关于整除、不定方程、余数的简单证明和应用。</p> <p>目标 2: 培养逻辑推理、合情推理、综合分析、解决问题、实践反思等数学能力, 学会运用数论的思想方法解决小学数学教学遇到的有关问题。</p> <p>目标 3: 具备较强的实践反思能力、终身学习能力和自我发展能力, 感知数论的独特魅力, 体会数学多元化和中国古代数学家的杰出成就, 增强民族自信心和自豪感, 具备卓越教师所需要的数学素养。</p>	依据学校教学相关标准命题, 由学院统一安排考试, 根据参考答案评定成绩。	60%

七、课程目标达成评价

1. 课程达成度评价方案

本课程目标达成总体评价依据定量和定性相结合的原则, 分为直接评价和间接评价。直接评价以定量为主, 进行课程目标达成度计算。在课程考核结束后进行, 承担课程教学的教师采用课程考核成绩数据进行计算, 评价分析课程分目标的达成值, 再依据课程分目标对应的毕业要求指

标点的权重，计算得出各分目标的达成度，取平均值为本课程目标达成度。间接评价以定性为主，主要通过任课教师评价（通常为确定值）、学生评价（通常取平均值）、同行或督导评价综合分析、论证、审核课程目标支撑毕业要求各指标点的达成情况。

本课程达成度评价方案如表 7 所示。达成度评价在课程考核结束后进行，承担课程教学的教师根据评价结果，给出课程教学改进方案与说明，并经所在系研讨、审核通过后实施，以更有效的支撑毕业要求的达成。

表 7 本课程达成度评价方案

评价主体与方式	评价方法	评价结果利用
任课教师评价	通过课程目标达成度计算来予以总体评价；分析课外作业完成情况来实施课程目标达成度评价；通过分析考勤记录、提问表现以及观察学生课内学习主动性来实施课程目标达成度评价；通过期末考试试卷分析来实施课程目标达成度评价；向个别学生访谈来评价课程目标的达成度。	供任课教师改进教学大纲、教学进度、教学内容以及教学方法手段等。
学生评价	采用依托学校教务系统的学生课程教学满意度评价，进行课程目标达成度的评价；学院组织学生课程目标达成度调查，进行课程目标达成度的评价；召开学生座谈会、教师座谈会，进行课程目标达成度的评价。	反馈任课教师改进教学大纲、课程教学、课程评价外；反馈学生改进课程学习计划、学习方式方法等。
同行及督导评价	由同行专家、督导依据过程性材料与终结性考核材料对课程教学的效果做出评价。	供学院掌握课程教学成效，也作为教师教学改进的依据。

2. 课程教学目标评分标准

表 8 课程教学目标评分标准

课程教学目标	评分标准				
	90-100	80-89	70-79	60-69	0-59
	优	良	中	及格	不及格
目标 1	熟练掌握整除、不定方程、同余理论的基础知识和基本方法,并能熟练运用于基本计算和简单证明。	较好地掌握整除、不定方程、同余理论的基础知识和基本方法,并能较熟练运用于基本计算和简单证明。	基本掌握整除、不定方程、同余理论的基础知识和基本方法,并能运用于基本计算和简单证明。	基本掌握整除、不定方程、同余理论的基础知识和基本方法,并能运用于简单证明和较典型的计算。	一定程度掌握整除、不定方程、同余理论的基础知识和基本方法,并能应用到简单计算。
目标 2	具有良好的抽象思维能力和逻辑推理能力,在分析和解决问题时能恰当、灵活地运用相关数学思想方法,并善于与小学数学相联系。	具有较好的抽象思维能力和逻辑推理能力,在分析和解决问题时能较恰当地运用相关数学思想方法,并能与小学数学相联系。	具有一定的抽象思维能力和逻辑推理能力,在分析和解决问题时能正确地运用相关数学思想方法,并能与小学数学相联系。	具有一定的抽象思维能力和逻辑推理能力,在分析和解决问题时能较正确地运用相关数学思想方法。	抽象思维能力和逻辑推理能力较弱,在分析和解决问题时不能正确地运用相关数学思想方法。
目标 3	表现出良好的数学综合素养;初等数论基础知识掌握扎实,在小学数学研究与实践中具备较强的本学科知识应用及迁移能力。	表现出较好的数学综合素养;初等数论基础知识掌握扎实,在小学数学研究与实践中具备一定的本学科知识应用及迁移能力。	表现出较好的数学综合素养;初等数论基础知识掌握较扎实,在小学数学研究与实践中能够联系本学科知识。	数学综合素养有一定程度的体现;能够掌握初等数论的基础知识,在小学数学研究与实践中能够运用所要求的本学科知识。	数学综合素养有一定程度的体现;初等数论的基础知识掌握不达标,不能在小学数学研究与实践中运用所要求的本学科知识。

八、课程教学改进方案

任课教师要综合课程目标达成的定量和定性分析，给出课程教学改进方案与说明，并经课程教学团队研讨、专业负责人审核通过后实施，以更有效的支撑毕业要求的达成。

评价结果利用供任课教师改进教学大纲、教学进度、教学内容以及教学方法手段等；反馈学生改进课程学习计划、学习方式方法等；供学院用于培养目标、毕业要求、课程目标达成的监控与改进，用于课程体系的优化，用于课程考核制度的改革。

九、有关说明

本课程大纲自 2023 年开始执行，生效之日原先版本均不再使用。